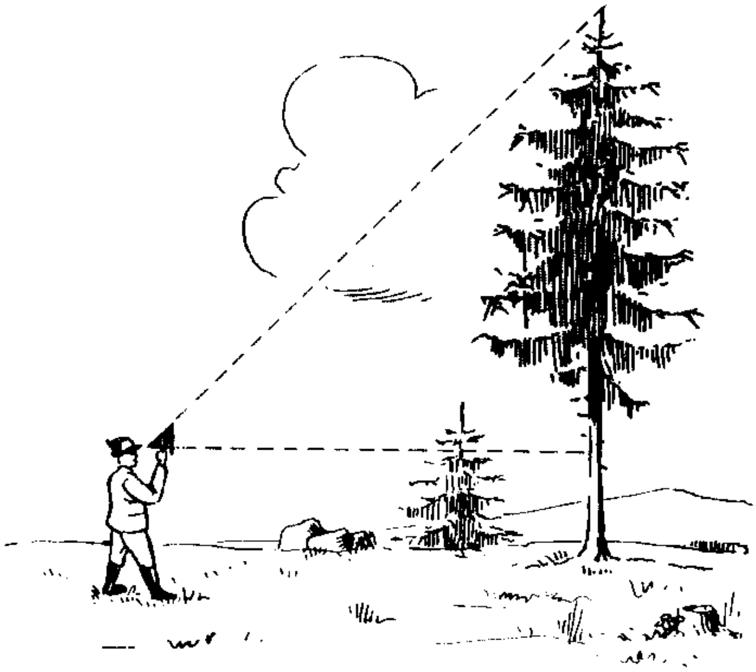
Lehr- und Begleitheft zum Thema

Mathematikpfad Rappenwört

- Angewandte Mathematik in der Natur -

Gymnasium

Enthält Aufgaben zu folgenden Themen:
- Flächenberechnung
- Strahlensatz 1 und 2
- Volumenberechnung verschiedener Körper
- Winkelberechnung im Dreieck



naturschutzzentrum karlsruhe

Karlsruhe
Kooperationspartner:
Liegenschaftsamt, Abt. Forst

Der Mathematikpfad

„Wie erreiche ich als Mathematiklehrer, dass meine Schüler einen Bezug zu mathematischen Problemstellungen aufbauen? Wie verdeutlicht man das Ziel, dass es für die Mathematik auch einen täglichen Bedarf in der Arbeitswelt gibt? Es muss doch eine Möglichkeit geben, den Schülern zu zeigen, dass Mathematik nicht nur trockene Theorie, sondern auch abwechslungsreiche Praxis ist.“

Der Mathematikpfad Rappenwört stellt diese Möglichkeit dar, indem er die Brücke zwischen Theorie und Praxis spannt. Er zeigt, dass Mathematik auch außerhalb des Klassenzimmers stattfindet und in täglichen Lebenssituationen benötigt wird.

So wird beispielsweise aufgezeigt, wie man mit einfachsten Hilfsmitteln z.B. die Breite eines Flusses oder die Höhe eines Baumes bestimmen kann. Während eines Rundgangs durch die Auenlandschaft auf Rappenwört, lernen die Jugendlichen außerdem den Umgang mit Maßstab und Lot. Im Vordergrund steht nicht die trockene Rechnerei, sondern vor Allem das Vermessen und Experimentieren mit Seil, Försterdreieck und anderen einfachen Instrumenten. Dabei wird z.B. veranschaulicht wie beispielsweise die Landvermesser vor etwa 200 Jahren gearbeitet haben, beispielsweise welche Aufgaben ein Förster in seiner täglichen Arbeitswelt bewältigen muss.

Die vorliegende Broschüre richtet sich an Lehrer, Erzieher, Gruppenleiter und interessierte Waldbesucher, die sich auf einen Besuch des Mathematikpfades vorbereiten wollen. Sie kann im Naturschutzzentrum gegen eine Schutzgebühr erworben werden. Leihexemplare stehen ebenfalls zur Verfügung. Des Weiteren ist sie als PDF-Datei auf der Internetseite des Naturschutzzentrums eingestellt.

Start- und Zielpunkt befinden sich beim Naturschutzzentrum. Hier können auch die Broschüre und der Materialrucksack ausgeliehen werden. Dieser enthält Hilfsmittel für die Benutzung des Mathematikpfades (Försterdreieck, Schnüre, Maßstab etc.).

Der Mathematikpfad wurde ausgedacht und erstellt von:
Stephan Huber;
unter Mitarbeit von Max Höing und Fabian Sorg, Zivildienstleistende des Naturschutzzentrums 2009

Eine Anmeldung zur Benutzung des Pfades ist erforderlich!

Die Anmeldung erfolgt beim
Naturschutzzentrum Karlsruhe-Rappenwört, Hermann-Schneider-Allee 47, 76189 Karlsruhe
Tel.: 0721 / 950470, Email: info@nazka.de
Ausleihzeiten siehe Seite 12

Nach Möglichkeit bitten wir folgendes mitzubringen:

Schreibzeug, Schreibblock mit Karopapier, wissenschaftlicher Taschenrechner

Verhaltenshinweise

Bitte beachten Sie folgende Verhaltensregeln:

- Bleiben Sie auf den Wegen!
- Verüben Sie keine Sachbeschädigung!
- Die Tiere in den Gehegen nicht füttern!
- Tragen Sie Sorge dafür, dass keine Tiere und Pflanzen mitgenommen, beschädigt oder verletzt werden!
- Keine Waldfrüchte verzehren (eventuelles Vergiftungsrisiko)!
- Nehmen Sie Abfälle wieder nach Hause mit! Sie leisten damit einen wichtigen Beitrag zum Natur- und Umweltschutz.
- Vermeiden Sie Lärm, gehen Sie leise durch die Natur!
- Benutzen Sie bitte das WC im Naturschutzzentrum.

Kleidung

Wir empfehlen wetterfeste, unempfindliche Kleidung und stabiles, zweckmäßiges Schuhwerk.

Haftung

Begehung und Benutzung des Pfades erfolgen auf eigenes Risiko. Die Betreiber übernehmen keinerlei Haftung für Schäden jeglicher Art.

Orientierung

Am Ende dieser Broschüre befindet sich eine Übersichtskarte des Mathematikpfades. Folgen Sie den Richtungsschildern mit dem Fuchs. Alle 8 Stationen sind mit Nummern gekennzeichnet. Die verschiedenen Stationen und die dazugehörenden Aufgaben sind in der Broschüre beschrieben.

Markierungen wurden bei dem Mathematikpfad „Gymnasium“ mit oranger Farbe vorgenommen.

Es gibt noch einen weiteren Mathematikpfad für die Haupt- und Realschule. Die Markierungen für diesen Pfad wurden mit grüner Farbe vorgenommen.

Im Pfad enthaltene Aufgaben

Die Aufgaben des Pfades enthalten folgende mathematische Lehrplaneinheiten:

- Strahlensatz 1 und 2
- Volumenberechnung verschiedener Körper
- Inhaltsbestimmung verschiedener Flächen
- Trigonometrie

Am Anfang jeder Aufgabe wird das jeweilige Themengebiet angegeben. So kann entschieden werden, welche Aufgaben die Schüler rechnen können.

Der Materialrucksack enthält:

- Försterdreieck
- Maßstab
- Schnüre
- Lot
- Taschenrechner
- Aufgabenblätter und Geländekarte
- Formelblatt
- Lösungsblatt für die Betreuer

Ablauf

Die Aufgabenblätter liegen jeweils in zehnfacher Ausführung vor, so dass sich je zwei bis drei Schüler ein Aufgabenblatt teilen können. Die Aufgaben sollen von den Schülern in Gruppen (etwa 5 - 6 Schüler pro Gruppe) so selbstständig wie möglich er- und bearbeitet werden, so dass sie Ideen sammeln und sich gegenseitig unterstützen können. Die benötigten Materialien hierfür liegen jeweils in fünffacher Ausführung vor.

Der Mathematikpfad sollte von einer Lehrkraft pro 10 – 12 Schüler betreut und begleitet werden, die im Zweifelsfall Denkanstöße und Hinweise zu den Aufgaben geben kann.

Station 1 Das Försterdreieck

Höhe eines Baumes bestimmen

Strahlensatz 1

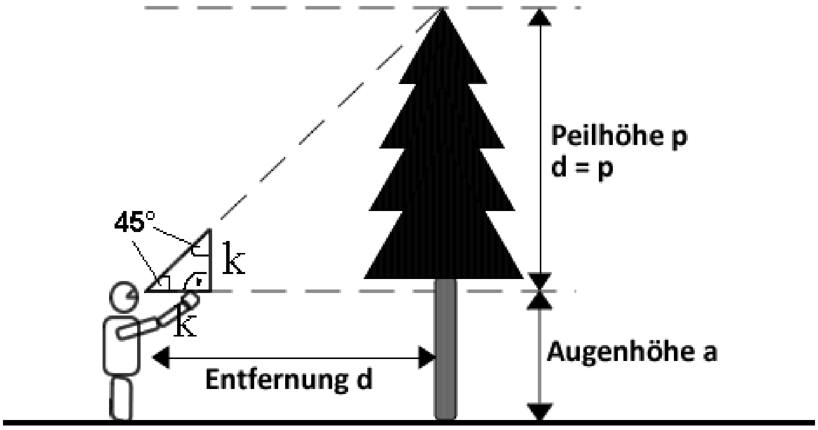
<u>Aus dem Materialrucksack</u>: Försterdreieck, Maßstab, Taschenrechner, evtl. Schnur

<u>Einführung</u>: Das Försterdreieck ist, wie der Name schon sagt, ein altes Hilfsmittel der Förster und Waldarbeiter, mit dem man die Höhe eines Baumes bestimmen kann.

<u>Anwendung</u>: Fasse das Försterdreieck am Griff an und halte es gerade, so dass sich die Luftblase im Röhrchen an der Unterseite des Dreiecks zwischen den beiden schwarzen Ringen befindet. Gehe nun so weit zurück beziehungsweise vor, bis du die Spitze des Baumes, dessen Höhe du herausfinden willst, durch die beiden Metallringe sehen kannst.

<u>Aufgabe:</u>

- **Höhe des markierten Stammes schätzen und messen.** Die Höhe des Baumes erhältst du, in dem du die **Entfernung d** deines Standpunktes zum Baum und die **Augenhöhe a** des Dreiecks zum Boden addierst.
- **Überlege warum die Entfernung d gleich der Peilhöhe p ist!**



Objekthöhe = Augenhöhe + Peilhöhe p
= Augenhöhe + Entfernung d

<u>Durchführung</u>: Du brauchst zur Herleitung der Formel und zur Errechnung des Ergebnisses den Strahlensatz 1.
Da das Försterdreieck ein gleichschenkliges Dreieck ist, kannst du für die Höhe und die Länge des Dreiecks dieselbe Variable k nehmen. Daher ergibt sich die Gleichung:

$k / k = p / d \quad \rightarrow \quad p = k / k \cdot d \quad \rightarrow \quad p = 1 \cdot d \quad \rightarrow \quad p = d$

k = Höhe bzw. Breite des Försterdreiecks, d = Abstand zwischen dem Dreieck und dem Baum, p = Peilhöhe

Jetzt hast du die Peilhöhe p, die sich von der angepeilten Baumspitze bis zur Höhe des Försterdreiecks erstreckt. Da man jedoch die gesamte Höhe des Baumes wissen will, also von der Baumspitze bis zum Boden, muss man noch die fehlende Höhe zur errechneten Peilhöhe p addieren. Diese fehlende Höhe ist die Höhe a, die vom Boden bis zum unteren Ende des Försterdreiecks beziehungsweise bis zum Auge reicht.
So erhältst du das Ergebnis für die Höhe des gesamten Baumes:

$p + a = h_{ges}$

p = Peilhöhe, a = Augenhöhe bzw. Dreieckshöhe, h_{ges} = gesamte Höhe des Baumes

Station 2 Von Ufer zu Ufer

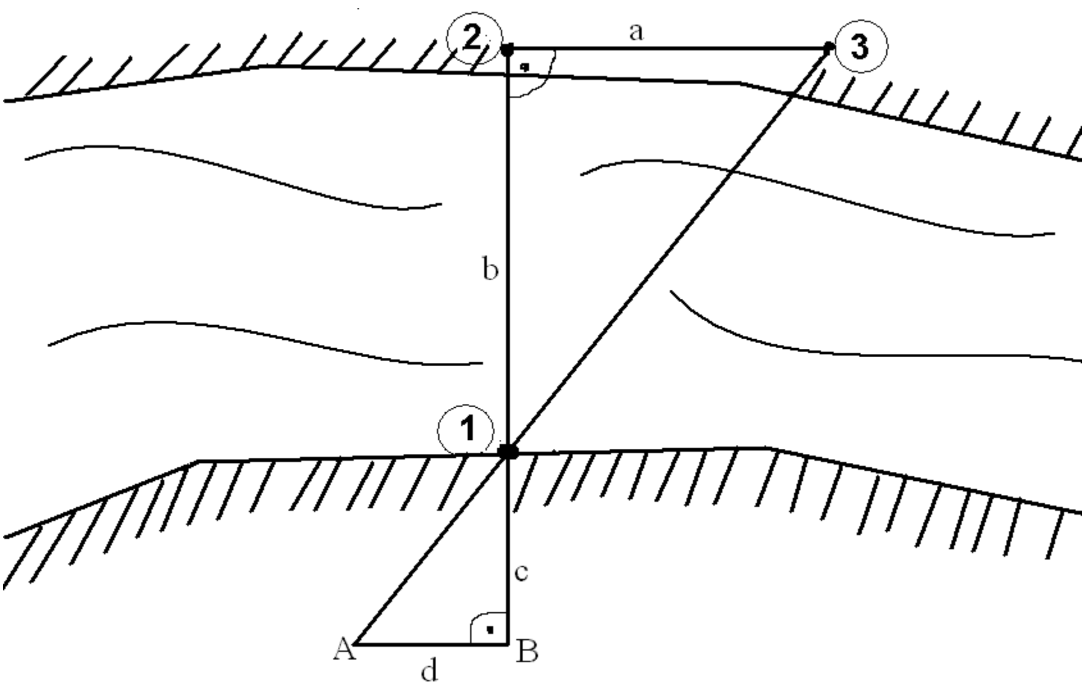
Breite des Altrheins berechnen

Strahlensatz 2

<u>Aus dem Materialrucksack</u>: Zwei Schnüre, Maßstab, Taschenrechner

<u>Einführung</u>: An dieser Station sollst du herausfinden, wie breit der Altrheinarm an einer bestimmten Stelle ist. Da Nachmessen nicht möglich ist, musst du dir etwas anderes einfallen lassen. Ein Tipp: Die in den Boden geschlagenen Pfähle mit der orangen Markierung an diesem und der grünen Markierung am anderen Ufer sind der Schlüssel zur Lösung!
Um dir ein bisschen Arbeit zu ersparen, haben wir bereits a, den Abstand der Pfähle zwischen Punkt 2 und 3 am anderen Ufer voneinander, abgemessen: a = 13,4 m.

<u>Aufgabe:</u> Berechne die Breite b des Altrheins zwischen den Pfählen 1 und 2



<u>Durchführung</u>: Bei dieser Aufgabe hilft der Strahlensatz 2.
Zuerst musst du die fehlenden Eckpunkte des Dreiecks, das die Strecken c und d enthält, markieren. Dazu dienen 2 Schüler als Eckpfahl A bzw. B. Diese Schüler müssen so positioniert sein, dass sie den jeweiligen Pfosten auf der anderen Seite des Ufers, über Pfosten 1 anpeilen können. So peilt Schüler A den Pfosten 3 an, während Schüler B den Pfosten 2 anpeilt. Außerdem muss darauf geachtet werden, dass die Strecke d zwischen Schüler A und Schüler B ungefähr parallel zur Strecke a zwischen Pfosten 2 und 3 verläuft.
Wenn du nun ein Seil zwischen den Schülern spannst und die Länge misst, so erhältst du d. Du erhältst c, indem du auch wieder ein Seil von Schüler B zum Pfosten 1 spannst und erneut die Länge misst. Das heißt du kannst die Strecken c und d messen. Außerdem ist die Strecke a vorgegeben.
Nun kannst du mit dem Strahlensatz 2 die Breite b des Altrheins errechnen.

Station 3 Ganz schön schräg dieser Stamm

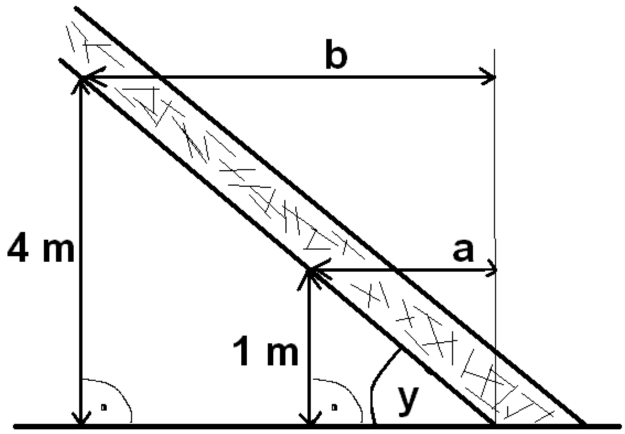
Schräglage eines Stammes bestimmen

Strahlensatz 1 und Trigonometrie

Aus dem Materialrucksack: Schnur, Maßstab, Taschenrechner

Einführung: Dieser Stamm steht aber ganz schön schief! Aber wie schief steht er denn wirklich? Wie weit müsste man ihn in einem Meter Höhe zur Seite drücken, damit er aufrecht stünde? Und wie weit in vier Metern Höhe, wenn man davon ausgeht, dass der Stamm gerade verläuft? Außerdem sollst du den Winkel y errechnen.

Aufgabe: Berechne a, b und y.



Durchführung: Als erstes musst du die Stelle am Baum finden, die genau 1m über dem Boden ist. Dazu musst du das Lot aus dem Rucksack bei einem Meter Länge markieren. Dieses Seil wird jetzt so an die untere Seite des Stammes gehalten, dass das schwere Ende des Lots möglichst knapp über dem Boden hängt bzw. den Boden berührt. Jetzt kannst du den Abstand vom unteren Ende des Lots zum unteren Ende des Stammes messen, um a zu erhalten. Danach kannst du jetzt mit dem 1. Strahlensatz b errechnen:

$b / 4 = a / 1 \quad \Rightarrow \quad b = a / 1 \cdot 4 \quad \Rightarrow \quad b = 4a$

Da das Dreieck, das y enthält ein rechtwinkliges ist, kannst du mit einfacher Trigonometrie y errechnen:

$\tan(y) = 1 / a$ bzw. $\tan(y) = 4 / b$
also $y = \tan^{(-1)}(1 / a)$ bzw. $y = \tan^{(-1)}(4 / b)$

Station 4 Blattsalat

Berechnung der Fläche eines Blattes

Flächenbestimmung

Aus dem Materialrucksack: Taschenrechner

Einführung: In vielen wissenschaftlichen Abhandlungen können wir nachlesen wie viel Sauerstoff so ein Baum mit seinen Blättern produziert (nach unseren Recherchen kann man von einer Produktion von etwa 5 kg Sauerstoff (O_2) pro Tag und Baum als Durchschnittswert ausgehen).
Zahllose Blätter sind an dieser Produktion beteiligt. Aber wie groß ist eigentlich die Fläche, die an dieser Produktion beteiligt ist? Bestimme hierzu die Gesamtblattfläche des Baumes. Hierfür müssen wir aber erst einmal die Blattfläche eines einzelnen Blattes bestimmen.
Bei der Berechnung der Gesamt-Blattfläche gehen wir davon aus, dass ein Baum 32.819 Blätter hat, und diese alle gleichgroß sind.

Aufgabe:

- **Die Fläche eines Blattes berechnen**
- **Die Gesamt-Blattfläche eines Baumes berechnen**

Durchführung: Um ein möglichst genaues Ergebnis zu erhalten musst du das gesuchte Baumblatt auf kariertes Papier übertragen. Du erstellst also eine Frottage, indem du das Baumblatt unter das karierte Blatt legst und mit einem Bleistift darüber rubbelst.
Wenn du jetzt die bedeckten Kästchen geschickt zählst und addierst, erhältst du eine relativ genaue Zahl der Kästchen. Da ein Kästchen eine Seitenlänge von 0,5cm hat, ergeben 4 Kästchen 1cm^2. Also kannst du die Kästchenzahl durch 4 teilen, um auf cm^2 zu kommen. Du erhältst so die Fläche eines Blattes in cm^2. Um die ungefähre Fläche zu berechnen, die alle Blätter bedecken, musst du nur noch die berechnete Fläche mit der Anzahl der Blätter multiplizieren und anschließend in m^2 umwandeln.

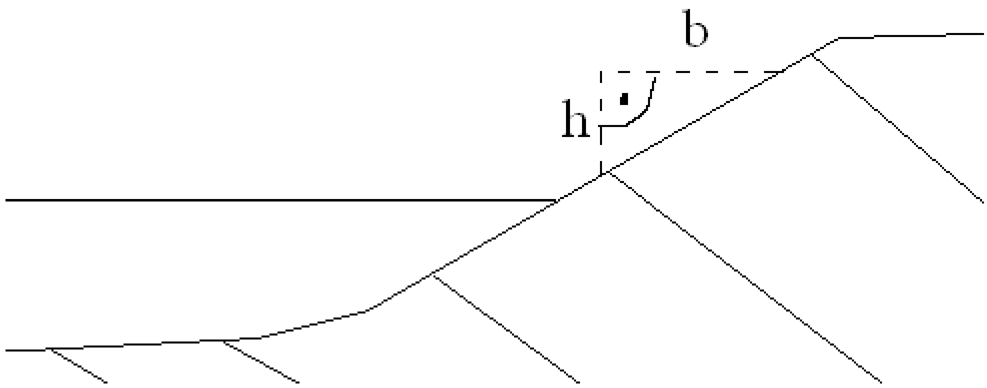
Station 5 Runter ans Wasser

Gefälle eines Ufers berechnen

Aus dem Materialrucksack: Lot, Schnur, Maßstab, rechter Winkel (zum Beispiel Försterdreieck), Taschenrechner

Einführung: Das Ufer fällt zum Wasser hin ab, aber wie steil eigentlich? Miss nach und errechne das Gefälle.

Aufgabe: Ermittle h und b und errechne dann das Gefälle des Ufers und gebe das Gefälle in Prozent an.



Durchführung: Um diese Aufgabe zu lösen brauchst du das Lot, einen rechten Winkel, ein zweites Seil und einen Maßstab. Als rechter Winkel kann zum Beispiel das Försterdreieck benutzt werden (evtl. mit dem Maßstab verlängern).
Nun wird eine geeignete Stelle am Ufer gesucht und es kann losgehen. Wenn du das Lot nimmst, in einer beliebigen Höhe h den rechten Winkel ansetzt und vom rechten Winkel bis zum Ufer eine Schnur waagrecht spannst kann jeweils die Höhe h und die Strecke b abgemessen werden.
Wenn man jetzt h und b ins Verhältnis setzt, erhält man die Steigung S in Prozent:

$S = h / b * 100\%$

Station 6 Ganz schön stämmig!

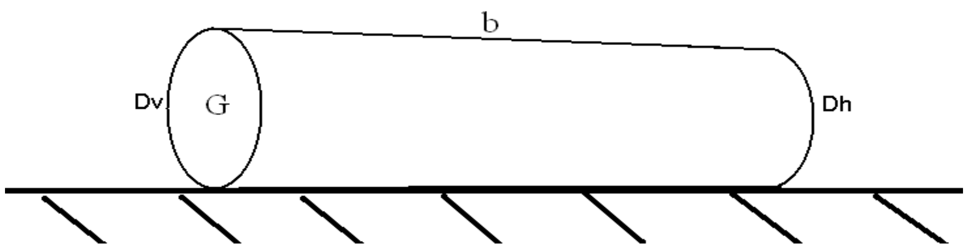
Volumenberechnung eines Baumstammes

Volumenberechnung von einem Zylinder und Holzmassenbestimmung

Aus dem Materialrucksack: Maßstab, Taschenrechner

Einführung: An dieser Station sollst du die Holzmenge (das Volumen) eines Stammes berechnen. Benutze den Zollstock und deinen Grips. Gib das Ergebnis in Festmetern an. Dies ist die Einheit, die auch der Förster verwendet. Ein Festmeter (fm) entspricht einem Kubikmeter reinem Holz.
Buchenholz mit einem Wassergehalt von 30% hat eine Dichte von 791 kg/m³. Wie groß ist die Holzmasse des ganzen Stammes, wenn man auch bei ihm von einem Wassergehalt von 30% ausgeht?

Aufgabe: Ermittle die fehlenden Werte und errechne dann Volumen und Holzmasse des Stammes.



Durchführung: Zuerst musst du den mittleren Radius r_m errechnen, da der Stamm vorne und hinten nicht gleich breit ist.
Du nimmst den Maßstab und misst einmal den vorderen Durchmesser D_v und den hinteren D_h. Der mittlere Durchmesser D_m beträgt also:

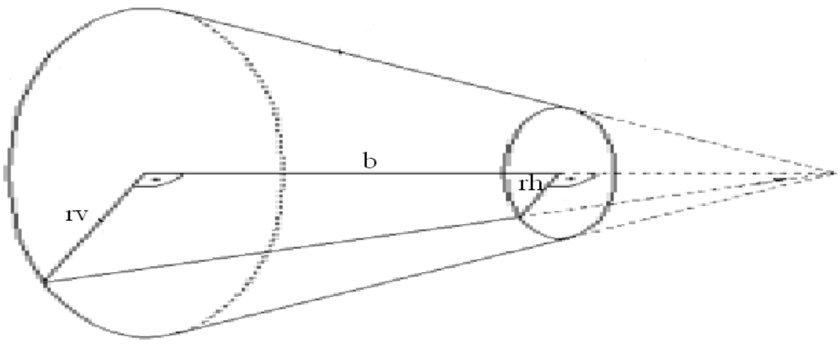
$(D_v + D_h) / 2 = D_m$ und da $D_m = 2 * r_m$ gilt $r_m = D_m / 2$

So kann der mittlere Radius ermittelt werden. Nun kannst du mit der Formel $G = \pi * r_m^2$ die Grundfläche G errechnen. Für die Volumenberechnung eines Zylinders nimmst du die Formel:

$V_{Zylinder} = b * G$

Die Grundfläche G wurde schon berechnet und nun muss nur noch die Länge b des Stammes gemessen werden.

Du kannst das Volumen aber auch mit der Formel für einen Kegelstumpf berechnen, weil der Baumstumpf etwa einem Kegelstumpf entspricht.



Die Formel lautet:

$V = (b * \pi) / 3 * (r_v^2 + r_v * r_h + r_h^2)$

Jetzt musst du nur noch den vorderen Radius r_v, den hinteren Radius r_h und die Breite des Stammes b messen und in die Formel eingesetzten.

Danach muss noch die Holzmasse m berechnet werden. Da du schon das Volumen errechnet hast und aus der Aufgabenstellung hervorgeht, dass die Dichte d 791 kg/m³ beträgt, werden diese Zahlen in die Formel

$m = d * V$ eingesetzt und du erhältst die Holzmasse m des Baumstumpfes.

Station 7 Der Ententeich

Breite des Sees berechnen

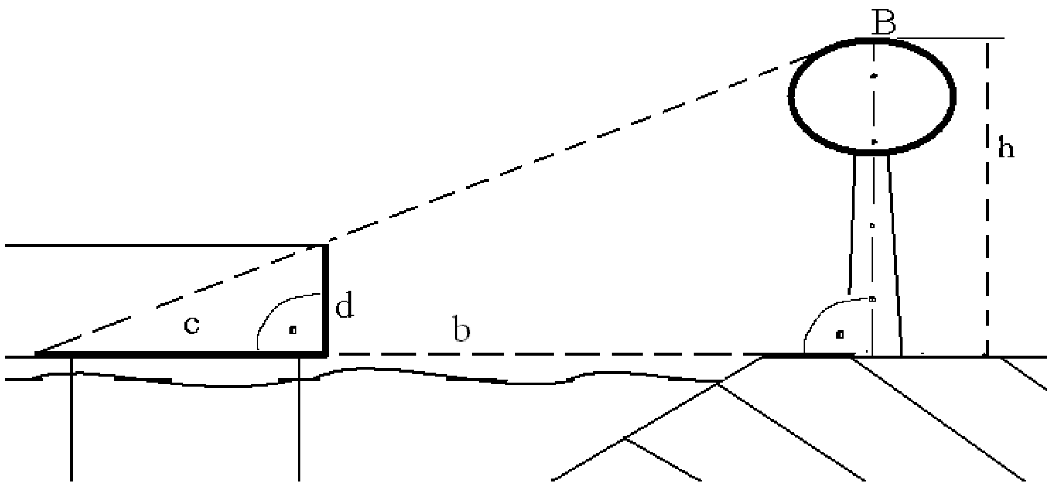
Strahlensatz 1

Aus dem Materialrucksack: Maßstab, Schnur, Taschenrechner

Einführung: Hier am Steg kannst du beweisen, dass du wirklich raffiniert bist. Und zwar sollst du hier so arbeiten, wie die Geodäten (Landvermesser) früher, bevor es moderne Hilfsmittel wie z.B. Laserscanner gab. Hier sollst du die Breite des Sees berechnen. Den Baum am gegenüberliegenden Ufer haben wir bereits mit dem Försterdreieck für euch vermessen, er ist 23 m hoch. Mehr wird nicht verraten.

Der Trick ist, die Angaben, die du hast oder einfach messen kannst, möglichst geschickt zu kombinieren und ins Verhältnis zu setzen, so dass du die fehlenden Werte vervollständigen kannst.
Als Hilfsmittel dienen die grün markierten Holzscheibchen auf dem Boden und Geländer des Steges.

Aufgabe: Breite des Sees berechnen



Durchführung: Als Erstes musst du eine Schnur von dem ersten hellgrünen Scheibchen, auf dem Geländer des Stegs, zu dem zweiten hellgrünen auf dem Boden spannen. Wenn du nun über die Schnur peilst, dann siehst du die Spitze des Baumes B, dessen Höhe h uns bekannt ist.
Wenn du jetzt noch die Strecke c (vom unteren Scheibchen waagrecht bis zum Geländer) und d (vom Scheibchen auf dem Geländer senkrecht runter auf den Steg) mit dem Maßstab abmisst, kannst du mit dem Strahlensatz 1 die Breite b des Sees berechnen:

$c / d = (b + c) / h \quad \Rightarrow \quad (c \cdot h) / d = b + c \quad \Rightarrow \quad (c \cdot h) / d - c = b$

Station 8 Hilf dem Förster

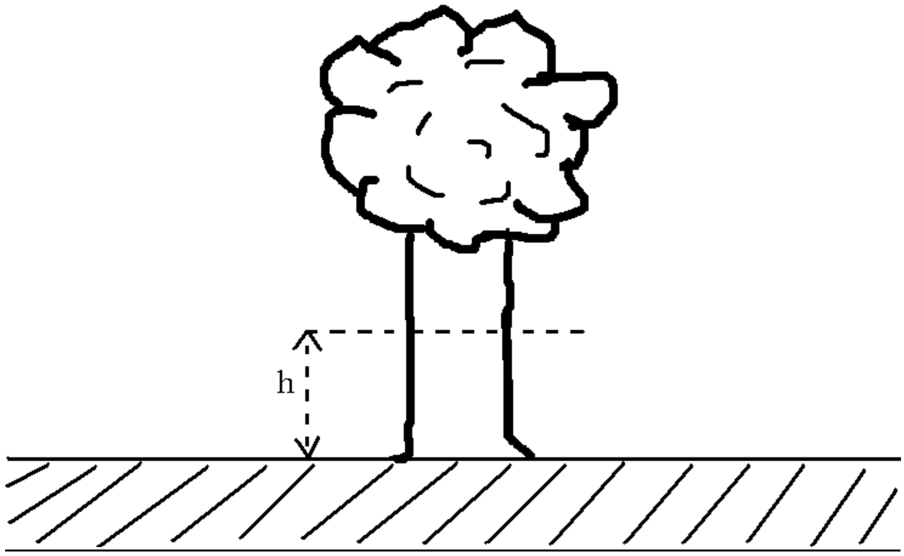
Volumenberechnung eines Zylinders

Aus dem Materialrucksack: Schnur, Maßstab, Taschenrechner

Einführung: Der Förster möchte gerne einen Baum fällen, allerdings soll danach noch genau ein Festmeter Holz aus dem Boden ragen. In welcher Höhe muss der Förster seinen Schnitt ansetzen?

Tipp: Ein Festmeter entspricht einem Kubikmeter fester Holzmasse (mit Rinde).

Aufgabe: Finde heraus, wie groß h sein muss, damit genau ein Festmeter Holz stehen bleibt.



Durchführung:
Zuerst muss der Umfang des Baumes gemessen werden. Zur Vereinfachung wird davon ausgegangen, dass der Baum im Bereich der ersten 2 Meter den gleichen Durchmesser hat. Also kann man die Schnur in beliebiger Höhe um den Baum spannen. Jetzt kann man mit dem Zollstock die Länge der Schnur abmessen, um den Umfang zu bestimmen. Dies wird gebraucht um den Radius r zu berechnen:

$U = 2 * \pi * r \quad \Rightarrow \quad r = U / (2 * \pi)$

Mit dem Radius r kann man jetzt die Grundfläche G bestimmen:

$G = \pi * r^2$

Da für die Volumenbestimmung eines Zylinders gilt:

$V = G * h$ kann man schließen dass gilt:

$h = V / G$

Aus der Aufgabenstellung geht hervor, dass V $1m^3$ beträgt. Also kann man h ohne weiteres berechnen.

$h = 1m^3 / G$

Naturschutzzentrum
Karlsruhe-Rappenwört

Hermann-Schneider-Allee 47
76189 Karlsruhe
Tel. (0721) 950 47 0
Fax. (0721) 950 47 47
Email: info@nazka.de
www.naturschutzzentren-bw.de

Öffnungszeiten der Ausstellung

1. April bis 30. September
Dienstag bis Freitag 12.00 - 18.00 Uhr
Sonn- und Feiertage 11.00 - 18.00 Uhr

1. Oktober bis 31. März
Dienstag bis Freitag 12.00 - 17.00 Uhr
Sonn- und Feiertage 11.00 - 17.00 Uhr

Für Gruppen sind Sondervereinbarungen möglich.
Der Eintritt ist kostenlos.

Schulisches Programm (geführt): Di. – Fr. vormittags und nach Vereinbarung

Ausleihzeiten des Materialrucksackes:

1. April bis 30. September
Dienstag bis Freitag 09.00 - 17.30 Uhr
Sonn- und Feiertage 11.00 - 17.30 Uhr

1. Oktober bis 31. März
Dienstag bis Freitag 09.00 - 16.30 Uhr
Sonn- und Feiertage 11.00 - 16.30 Uhr

Anfahrt mit öffentlichen Verkehrsmitteln:

Das Naturschutzzentrum Karlsruhe-Rappenwört liegt im Westen der Stadt auf der Halbinsel Rappenwört. Sie können uns mit dem öffentlichen Nahverkehr **Straßenbahnlinie 6, Endhaltestelle Rappenwört** (mit Anschluss am Hauptbahnhof) erreichen.

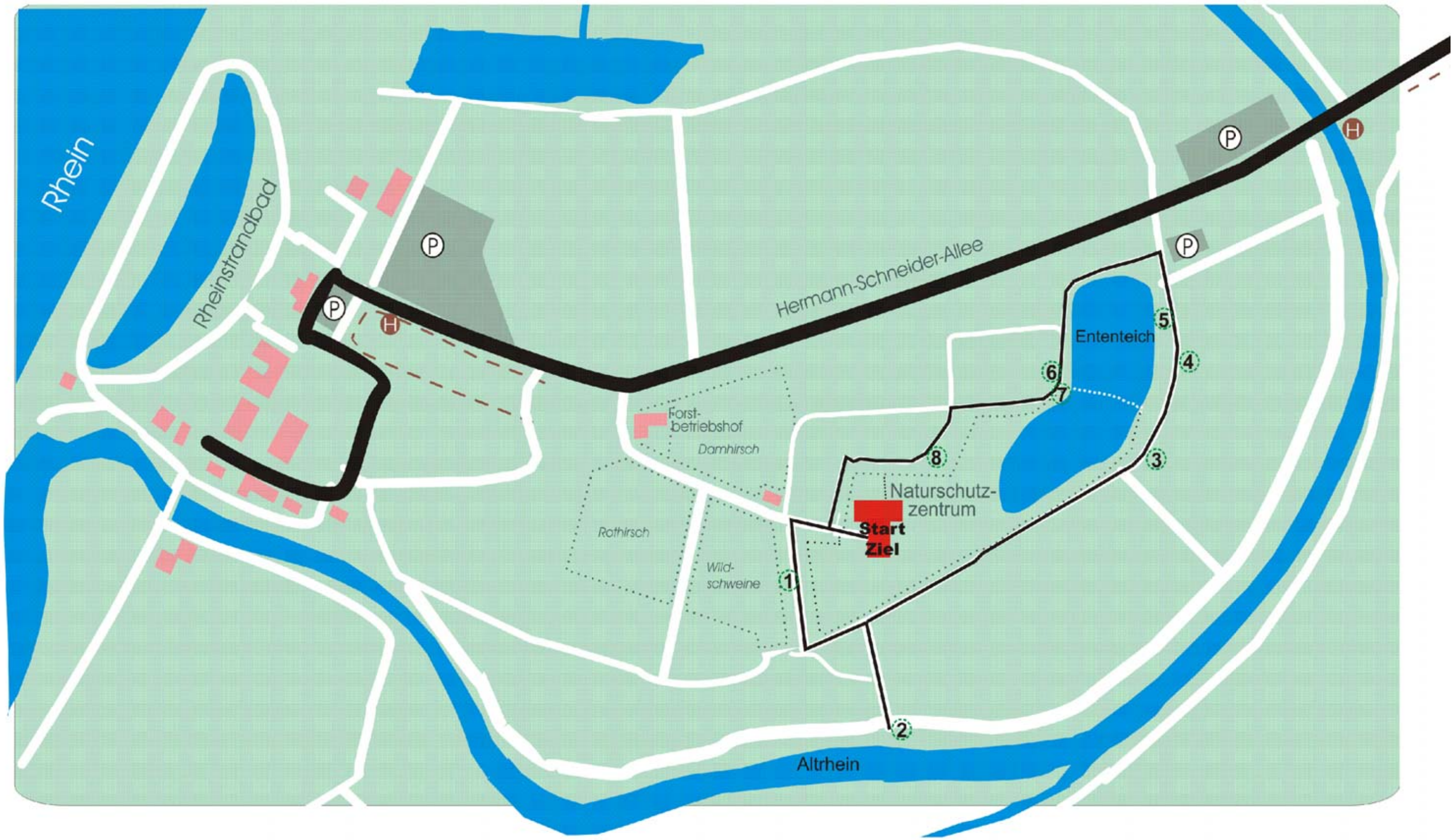
Wenn Sie uns unterstützen möchten:

Unterstützen Sie die Arbeit des Naturschutzzentrums, das gemeinnützig anerkannt ist.
Spenden können auf das folgende Konto überwiesen werden:

Stiftung Naturschutzzentrum
Sparkasse Karlsruhe
BLZ 660 501 01 Konto Nr. 1026 1733

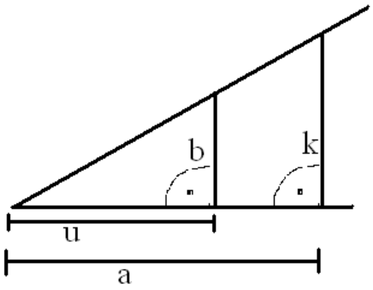
Karte zum Mathematikpfad Gymnasium

Jetzt kann es losgehen!
Starte bei Station 1 und folge dem Rundweg bis Station 8!



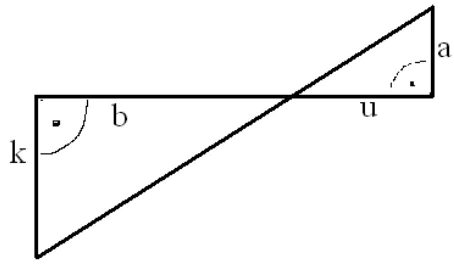
Formelblatt

Strahlensatz 1



$u / b = a / k$

Strahlensatz 2



$a / u = k / b$

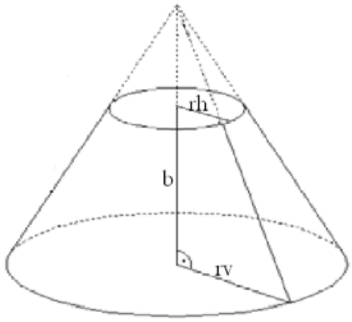
Formel für die Masse

$p = m / V$
p = Dichte, m = Masse, V = Volumen

Formel für die Steigung

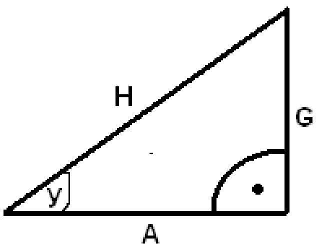
$S = \Delta h / \Delta l$
S = Steigung, Δh = ΔHöhe, Δl = ΔLänge

Formel Kegelstumpf



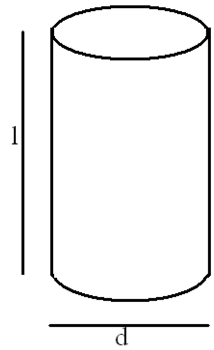
$V = (b \ast \pi) / 3 \ast (rv^2 + rv \ast rh + rh^2)$

Trigonometrie



sin (y) = G / H	G = Gegenkathete
cos (y) = A / H	A = Ankathete
tan (y) = G / A	H = Hypothenuse

Formel für einen Zylinder und eine Kreisfläche



$V = G \ast l$

$G = \pi \ast r^2$

V = Volumen, l = Länge
G = Grundfläche, r = Radius

Mathematikpfad Rappenwört

Gymnasium - Schülerblatt -

Station 1 Das Försterdreieck

Höhe eines Baumes bestimmen

Strahlensatz 1

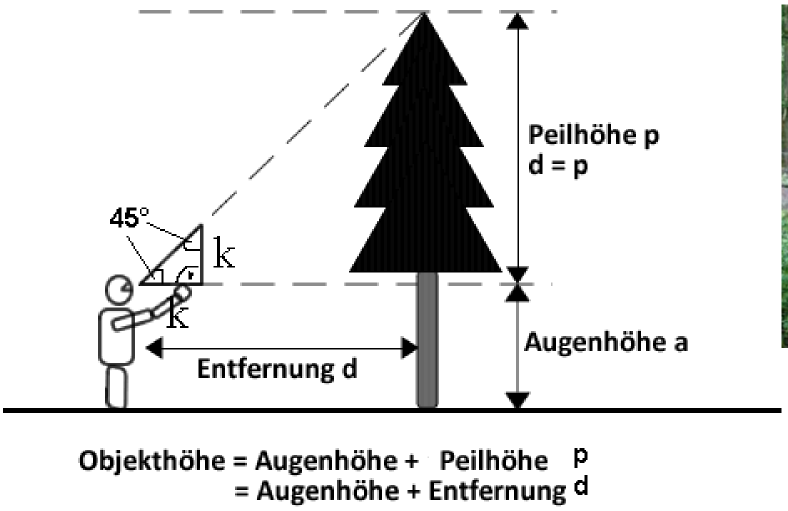
Aus dem Materialrucksack: Försterdreieck, Maßstab, Taschenrechner, evtl. Schnur

Einführung: Das Försterdreieck ist, wie der Name schon sagt, ein altes Hilfsmittel der Förster und Waldarbeiter, mit dem man die Höhe eines Baumes bestimmen kann.

Anwendung: Fasse das Försterdreieck am Griff an und halte es gerade, so dass sich die Luftblase im Röhrchen an der Unterseite des Dreiecks zwischen den beiden schwarzen Ringen befindet. Gehe nun so weit zurück beziehungsweise vor, bis du die Spitze des Baumes, dessen Höhe du herausfinden willst, durch die beiden Metallringe sehen kannst.

Aufgabe:

- **Höhe des markierten Stammes schätzen und messen.** Die Höhe des Baumes erhältst du, in dem du die **Entfernung d** deines Standpunktes zum Baum und die **Augenhöhe a** des Dreiecks zum Boden addierst.
- **Überlege warum die Entfernung d gleich der Peilhöhe p ist!**



Durchführung: Du brauchst zur Herleitung der Formel und zur Errechnung des Ergebnisses den Strahlensatz 1.
Da das Försterdreieck ein gleichschenkliges Dreieck ist, kannst du für die Höhe und die Länge des Dreiecks dieselbe Variable k nehmen.

Mathematikpfad Rappenwört

Gymnasium - Schülerblatt -

naturschutzzentrum karlsruhe

Station 2 Von Ufer zu Ufer

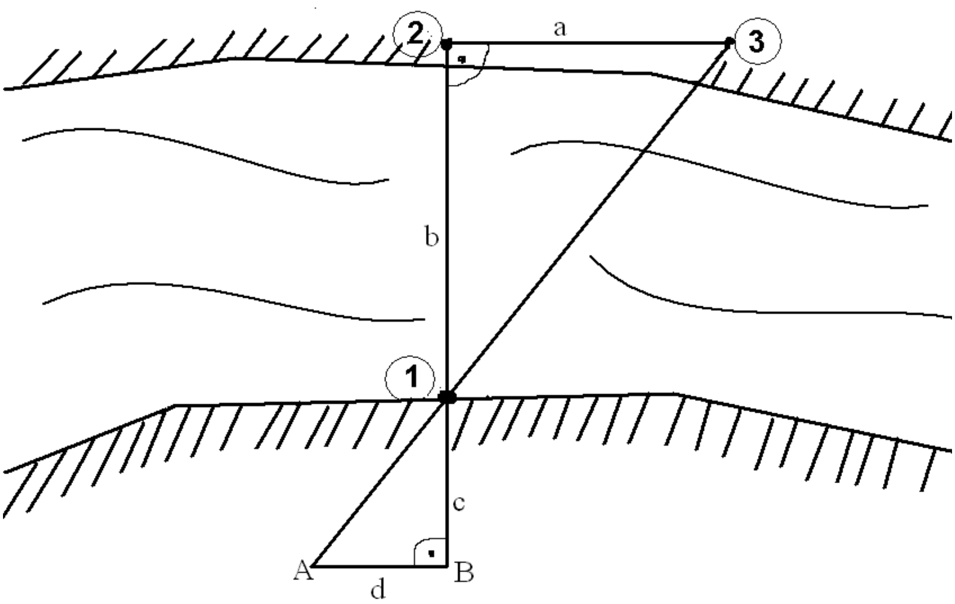
Breite des Altrheins berechnen

Strahlensatz 2

Aus dem Materialrucksack: Zwei Schnüre, Maßstab, Taschenrechner

Einführung: An dieser Station sollst du herausfinden, wie breit der Altrheinarm an einer bestimmten Stelle ist. Da Nachmessen nicht möglich ist, musst du dir etwas anderes einfallen lassen. Ein Tipp: Die in den Boden geschlagenen Pfähle mit der orangen Markierung an diesem und der grünen Markierung am anderen Ufer sind der Schlüssel zur Lösung!
Um dir ein bisschen Arbeit zu ersparen, haben wir bereits a, den Abstand der Pfähle zwischen Punkt 2 und 3 am anderen Ufer voneinander, abgemessen: a = 13,4 m.

Aufgabe: Berechne die Breite b des Altrheins zwischen den Pfählen 1 und 2



Durchführung: Bei dieser Aufgabe hilft der Strahlensatz 2.
Zuerst musst du die fehlenden Eckpunkte des Dreiecks, das die Strecken c und d enthält, markieren. Dazu dienen 2 Schüler als Eckpfahl A bzw. B. Diese Schüler müssen so positioniert sein, dass sie den jeweiligen Pfosten auf der anderen Seite des Ufers, über Pfosten 1 anpeilen können. So peilt Schüler A den Pfosten 3 an, während Schüler B den Pfosten 2 anpeilt. Außerdem muss darauf geachtet werden, dass die Strecke d zwischen Schüler A und Schüler B ungefähr parallel zur Strecke a zwischen Pfosten 2 und 3 verläuft.
Wenn du nun ein Seil zwischen den Schülern spannst und die Länge misst, so erhältst du d. Du erhältst c, indem du auch wieder ein Seil von Schüler B zum Pfosten 1 spannst und erneut die Länge misst. Das heißt du kannst die Strecken c und d messen. Außerdem ist die Strecke a vorgegeben.
Nun kannst du mit dem Strahlensatz 2 die Breite b des Altrheins errechnen.

Mathematikpfad Rappenwört

Gymnasium - Schülerblatt -

naturschutzzentrum karlsruhe

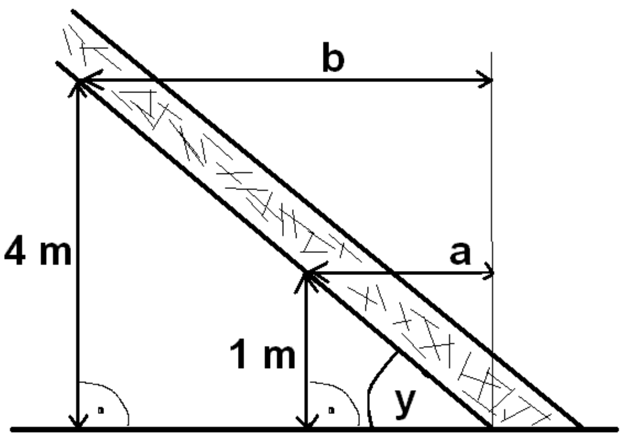
Station 3 **Ganz schön schräg dieser Stamm**
Schräglage eines Stammes bestimmen

Strahlensatz 1 und Trigonometrie

Aus dem Materialrucksack: Schnur, Maßstab, Taschenrechner

Einführung: Dieser Stamm steht aber ganz schön schief! Aber wie schief steht er denn wirklich? Wie weit müsste man ihn in einem Meter Höhe zur Seite drücken, damit er aufrecht stünde? Und wie weit in vier Metern Höhe, wenn man davon ausgeht, dass der Stamm gerade verläuft? Außerdem sollst du den Winkel y errechnen.

Aufgabe: Berechne a, b und y



Durchführung: Als erstes musst du die Stelle am Baum finden, die genau 1m über dem Boden ist. Dazu musst du das Lot aus dem Rucksack bei einem Meter Länge markieren. Dieses Seil wird jetzt so an die untere Seite des Stammes gehalten, dass das schwere Ende des Lots möglichst knapp über dem Boden hängt bzw. den Boden berührt. Jetzt kannst du den Abstand vom unteren Ende des Lots zum unteren Ende des Stammes messen, um a zu erhalten.

Mathematikpfad Rappenwört

Gymnasium - Schülerblatt -

Station 4 Blattsalat

Berechnung der Fläche eines Blattes

Flächenbestimmung

Aus dem Materialrucksack: Taschenrechner

Einführung: In vielen wissenschaftlichen Abhandlungen können wir nachlesen wie viel Sauerstoff so ein Baum mit seinen Blättern produziert (nach unseren Recherchen kann man von einer Produktion von etwa 5 kg Sauerstoff (O_2) pro Tag und Baum als Durchschnittswert ausgehen).
Zahllose Blätter sind an dieser Produktion beteiligt. Aber wie groß ist eigentlich die Fläche, die an dieser Produktion beteiligt ist? Bestimme hierzu die Gesamtblattfläche des Baumes. Hierfür müssen wir aber erst einmal die Blattfläche eines einzelnen Blattes bestimmen.
Bei der Berechnung der Gesamt-Blattfläche gehen wir davon aus, dass ein Baum 32.819 Blätter hat, und diese alle gleichgroß sind.

Aufgabe:

- **Die Fläche eines Blattes berechnen**
- **Die Gesamt-Blattfläche eines Baumes berechnen**

Durchführung: Um ein möglichst genaues Ergebnis zu erhalten musst du das gesuchte Baumblatt auf kariertes Papier übertragen. Du erstellst also eine Frottage, indem du das Baumblatt unter das karierte Blatt legst und mit einem Bleistift darüber rubbelst.
Wenn du jetzt die bedeckten Kästchen geschickt zählst und addierst, erhältst du eine relativ genaue Zahl der Kästchen. Da ein Kästchen eine Seitenlänge von 0,5cm hat, ergeben 4 Kästchen 1cm^2. Also kannst du die Kästchenzahl durch 4 teilen, um auf cm^2 zu kommen. Du erhältst so die Fläche eines Blattes in cm^2. Um die ungefähre Fläche zu berechnen, die alle Blätter bedecken, musst du nur noch die berechnete Fläche mit der Anzahl der Blätter multiplizieren und anschließend in m^2 umwandeln.

Mathematikpfad Rappenwört

Gymnasium - Schülerblatt -

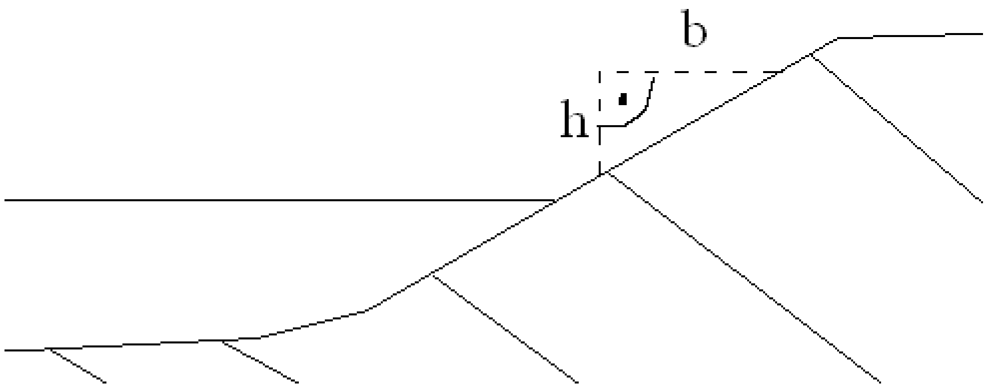
Station 5 Runter ans Wasser

Gefälle eines Ufers berechnen

Aus dem Materialrucksack: Lot, Schnur, Maßstab, rechter Winkel (zum Beispiel Försterdreieck), Taschenrechner

Einführung: Das Ufer fällt zum Wasser hin ab, aber wie steil eigentlich? Miss nach und errechne das Gefälle.

Aufgabe: Ermittle h und b und errechne dann das Gefälle des Ufers und gebe das Gefälle in Prozent an.



Durchführung: Um diese Aufgabe zu lösen brauchst du das Lot, einen rechten Winkel, ein zweites Seil und einen Maßstab. Als rechter Winkel kann zum Beispiel das Försterdreieck benutzt werden (evtl. mit dem Maßstab verlängern).
Nun wird eine geeignete Stelle am Ufer gesucht und es kann losgehen. Wenn du das Lot nimmst, in einer beliebigen Höhe h den rechten Winkel ansetzt und vom rechten Winkel bis zum Ufer eine Schnur waagrecht spannst kann jeweils die Höhe h und die Strecke b abgemessen werden.
Wenn man jetzt h und b ins Verhältnis setzt, erhält man die Steigung S.

Mathematikpfad Rappenwört

Gymnasium - Schülerblatt -

naturschutzzentrum karlsruhe

Station 6 Ganz schön stämmig!

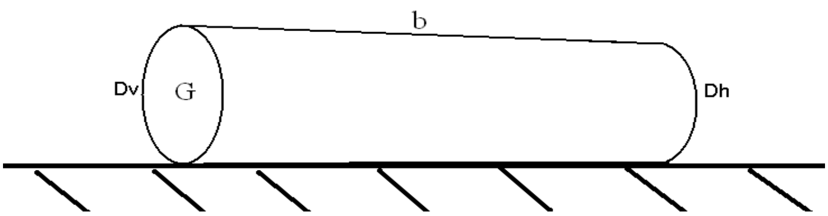
Volumenberechnung eines Baumstammes

Volumenberechnung von einem Zylinder und Holzmassenbestimmung

Aus dem Materialrucksack: Maßstab, Taschenrechner

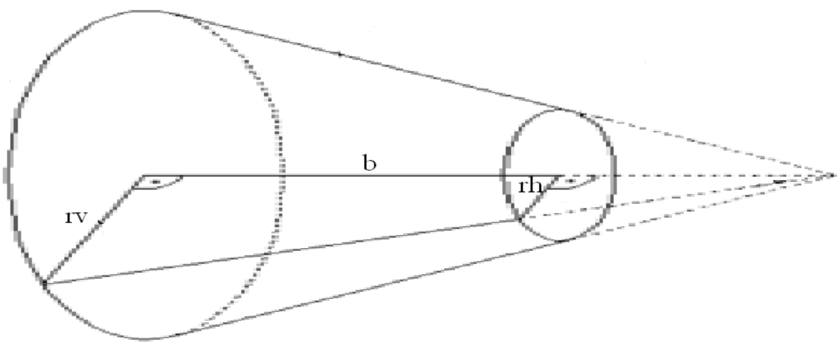
Einführung: An dieser Station sollst du die Holzmenge (das Volumen) eines Stammes berechnen. Benutze den Zollstock und deinen Grips. Gib das Ergebnis in Festmetern an. Dies ist die Einheit, die auch der Förster verwendet. Ein Festmeter (fm) entspricht einem Kubikmeter reinem Holz.
Buchenholz mit einem Wassergehalt von 30% hat eine Dichte von 791 kg/m³. Wie groß ist die Holzmasse des ganzen Stammes, wenn man auch bei ihm von einem Wassergehalt von 30% ausgeht?

Aufgabe: Ermittle die fehlenden Werte und errechne dann Volumen und Holzmasse des Stammes.



Durchführung: Zuerst musst du den mittleren Radius r_m errechnen, da der Stamm vorne und hinten nicht gleich breit ist.
Du nimmst den Maßstab und misst einmal den vorderen Durchmesser D_v und den hinteren D_h.

Du kannst das Volumen aber auch mit der Formel für einen Kegelstumpf berechnen, weil der Baumstumpf etwa einem Kegelstumpf entspricht.



Die Formel lautet:
$V = (b * \pi) / 3 * (r_v^2 + r_v * r_h + r_h^2)$

Mathematikpfad Rappenwört

Gymnasium - Schülerblatt -

naturschutzzentrum karlsruhe

Station 7 Der Ententeich

Breite des Sees berechnen

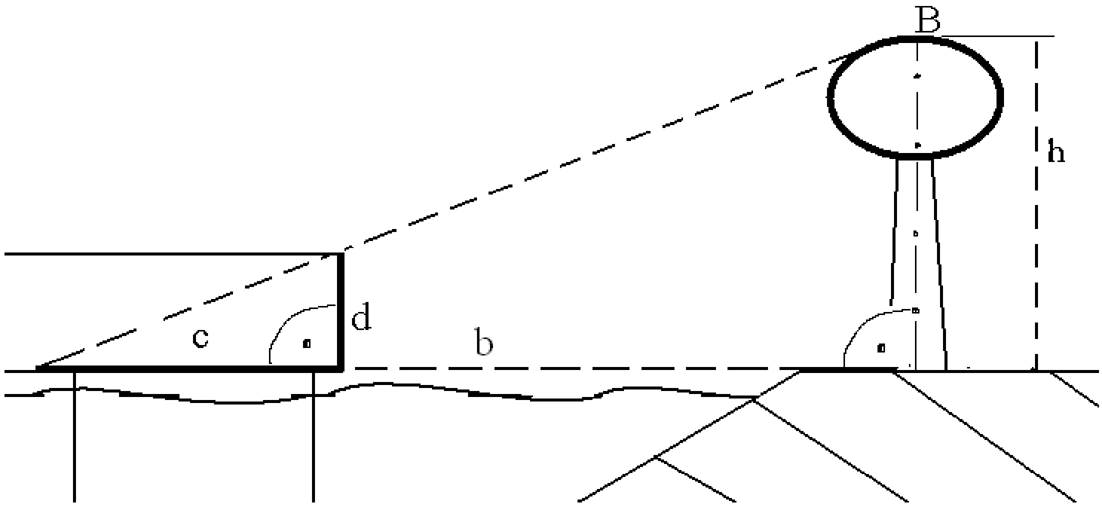
Strahlensatz 1

Aus dem Materialrucksack: Maßstab, Schnur, Taschenrechner

Einführung: Hier am Steg kannst du beweisen, dass du wirklich raffiniert bist. Und zwar sollst du hier so arbeiten, wie die Geodäten (Landvermesser) früher, bevor es moderne Hilfsmittel wie z.B. Laserscanner gab. Hier sollst du die Breite des Sees berechnen. Den Baum am gegenüberliegenden Ufer haben wir bereits mit dem Försterdreieck für euch vermessen, er ist 23 m hoch. Mehr wird nicht verraten.

Der Trick ist, die Angaben, die du hast oder einfach messen kannst, möglichst geschickt zu kombinieren und ins Verhältnis zu setzen, so dass du die fehlenden Werte vervollständigen kannst.
Als Hilfsmittel dienen die grün markierten Holzscheibchen auf dem Boden und Geländer des Steges.

Aufgabe: Breite des Sees berechnen



Durchführung: Als Erstes musst du eine Schnur von dem ersten hellgrünen Scheibchen, auf dem Geländer des Stegs, zu dem zweiten hellgrünen auf dem Boden spannen. Wenn du nun über die Schnur peilst, dann siehst du die Spitze des Baumes B, dessen Höhe h uns bekannt ist.
Wenn du jetzt noch die Strecke c (vom unteren Scheibchen waagrecht bis zum Geländer) und d (vom Scheibchen auf dem Geländer senkrecht runter auf den Steg) mit dem Maßstab abmisst, kannst du die Breite b des Sees berechnen:

Mathematikpfad Rappenwört

Gymnasium - Schülerblatt -

Station 8 **Hilf dem Förster**
Volumenberechnung eines Zylinders

Aus dem Materialrucksack: Schnur, Maßstab, Taschenrechner

Einführung: Der Förster möchte gerne einen Baum fällen, allerdings soll danach noch genau ein Festmeter Holz aus dem Boden ragen. In welcher Höhe muss der Förster seinen Schnitt ansetzen?

Tipp: Ein Festmeter entspricht einem Kubikmeter fester Holzmasse (mit Rinde).

Aufgabe: Finde heraus, wie groß h sein muss, damit genau ein Festmeter Holz stehen bleibt.

Zur Vereinfachung wird davon ausgegangen, dass der Baum im Bereich der ersten 2 Meter den gleichen Durchmesser hat.